

М.О. Ковришкін, канд. техн. наук,
Кіровоградський національний технічний університет,
Хамуйєла Ж.А. Герра, Ph.D., проф.
Університет Агостіно Нето (м. Луанда, Ангола)

Синтез нових черв'ячних передач

Внесено пропозиції щодо синтезу черв'ячних передач на основі ділянок тригонометричних, зворотних тригонометричних, гіперболічних та зворотних гіперболічних функцій. Синтезовано черв'ячну передачу на основі зворотної тригонометричної функції арктангенс.
синтез, черв'ячна передача, черв'як, угнутий профіль

В приводах багатьох сучасних машин та механізмів широко застосовують черв'ячні передачі. Їх широкому розповсюдженню в сучасному машинобудуванні сприяє ряд таких позитивних властивостей, як спроможність передавати велику потужність, працювати на високих швидкостях, висока кінематична точність, порівняно невисока вага та габаритні розміри.

Серед черв'ячних передач особливої уваги заслуговують черв'ячні передачі з угнутим профілем витка черв'яка, навантажувальна здатність яких в 1,5-2,2 рази вища за навантажувальну здатність класичних черв'ячних передач з черв'яками типу ZA, ZN, ZI.

Причиною високої навантажувальної здатності цього виду черв'ячних передач в першу чергу є геометрія контактуючих поверхонь.

Як відомо, максимальні нормальні навантаження визначаються за формулою Герця [1,2]:

$$\sigma_{\max} = 0,418\sqrt{qE/\rho}, \quad (1)$$

де 0,418 – емпіричний коефіцієнт [2];

q – навантаження на одиницю довжини контактної лінії;

E – приведений модуль пружності для матеріалів черв'ячного колеса та черв'яка;

$1/\rho$ – приведена кривина профілів зуба черв'ячного колеса та витка черв'яка.

Приведений модуль пружності для матеріалів черв'ячного колеса та черв'яка визначається залежністю [1,2]:

$$E = 2E_1E_2/(E_1 + E_2), \quad (2)$$

де E_1, E_2 – модуль пружності матеріалу черв'ячного колеса та черв'яка.

Для контакту двох опуклих поверхонь приведений радіус кривини визначається за формулою [1,2]:

$$1/\rho = 1/\rho_1 + 1/\rho_2, \quad (3)$$

де ρ_1, ρ_2 – радіуси кривини контактуючих поверхонь.

Для контакту опуклої та угнутої поверхонь приведений радіус кривини визначається за формулою [1,2]:

$$1/\rho = 1/\rho_1 - 1/\rho_2. \quad (4)$$

Аналіз (1)–(4) показує, що навантажувальна здатність черв'ячних передач значно зростає із зменшенням приведеної кривини у контакті.

Відомі черв'ячні передачі з угнутих профілем вика черв'яка синтезовані за другим способом Олів'є на основі дуги кола [1,3]. Проте радіус кривини кола є постійним, яку ділянку кола не обрати. Тобто, кожному колу відповідає певна навантажувальна здатність синтезованої на базі нього черв'ячної передачі.

Відомі черв'ячні передачі синтезовані за другим способом Олів'є на основі дуги евольвенти, синусоїдальної кривої та ірраціональної функції [4]. Радіус кривини таких дуг змінюється в залежності від обраної ділянки і синтезований на базі цієї ділянки черв'ячний передачі відповідає певна навантажувальна здатність. Тобто, керувати навантажувальною здатністю таких черв'ячних передач можна обираючи за основу для їх синтезу різні ділянки розглянутих кривих.

Проте для черв'ячних передач важлива не тільки висока навантажувальна здатність, а також сприятливі умови змащування у зачепленні, інструментальне забезпечення для виготовлення передачі, тощо. Це вимагає розширення межі досліджень за рахунок використання для синтезу нових черв'ячних передач ділянок інших функцій з різною кривиною для забезпечення можливості управління їх навантажувальною здатністю.

Прийmemo за мету роботи синтез відповідно до другого способу Олів'є нової черв'ячної передачі з можливістю управління її навантажувальною здатністю.

Для досягнення мети даної роботи:

1. Розглянемо невикористані функції, ділянки яких можна скористатись в якості основи для синтезу нових черв'ячних передач;

2. Оберемо одну з таких функцій та синтезуємо на основі її ділянки нову черв'ячну передачу.

Розглянемо перспективні функції, на основі ділянок яких можна синтезувати нові черв'ячні передачі.

Оскільки тригонометрична функція синус вже успішно використовувалась [4], то розглянемо спочатку близькі до неї функції, що мають ділянки з різним радіусом кривини. Згідно з [5] ними є: тригонометричні функції, зворотні тригонометричні функції, гіперболічні функції та зворотні гіперболічні функції.

Розглянемо докладніше групу тригонометричних функцій. Серед них скористатись можна такими: $y = c_1 \cos(x)$, $y = c_2 \operatorname{tg}(x)$, $y = c_3 \operatorname{ctg}(x)$, $y = c_4 \sec(x)$, $y = c_5 \csc(x)$ в яких c_1, \dots, c_5 – константи.

Розглянемо докладніше групу зворотних (кругових) тригонометричних функцій. Серед них скористатись можна такими: $y = c_6 \arccos(x)$, $y = c_7 \arcsin(x)$, $y = c_8 \operatorname{arctg}(x)$, $y = c_9 \operatorname{arcctg}(x)$, $y = c_{10} \operatorname{arccsc}(x)$, $y = c_{11} \operatorname{arcsec}(x)$ в яких c_6, \dots, c_{11} – константи.

Розглянемо докладніше групу гіперболічних функцій. Серед них скористатись можна такими: $y = c_{12} \operatorname{sh}(x)$, $y = c_{13} \operatorname{ch}(x)$, $y = c_{14} \operatorname{th}(x)$, $y = c_{15} \operatorname{cth}(x)$, $y = c_{16} \operatorname{sch}(x)$, $y = c_{17} \operatorname{csh}(x)$ в яких c_{12}, \dots, c_{17} – константи.

Розглянемо докладніше групу зворотних гіперболічних функцій. Серед них скористатись можна такими: $y = c_{18} \operatorname{arsh}(x)$, $y = c_{19} \operatorname{arch}(x)$, $y = c_{20} \operatorname{arth}(x)$, $y = c_{21} \operatorname{arcth}(x)$, $y = c_{22} \operatorname{arsch}(x)$, $y = c_{23} \operatorname{arsch}(x)$ в яких c_{18}, \dots, c_{23} – константи.

Зупинимось на зворотній тригонометричній функції арктангенс.

На рис.1 представлено розташування систем координат при визначенні виробної поверхні шліфувального описаної ділянкою арктангенсу, а на рис.2 – розташування черв'яка та інструменту в момент обробки, коли кут повороту черв'яка $\varphi_1 = 0^\circ$. Передбачається, що лінія найкоротшої відстані між осями черв'яка та інструмента A_u

проходить через середню точку M профілю черв'яка. Відстань до цієї точки від вісі черв'яка є ділительним радіусом черв'яка r_0 .

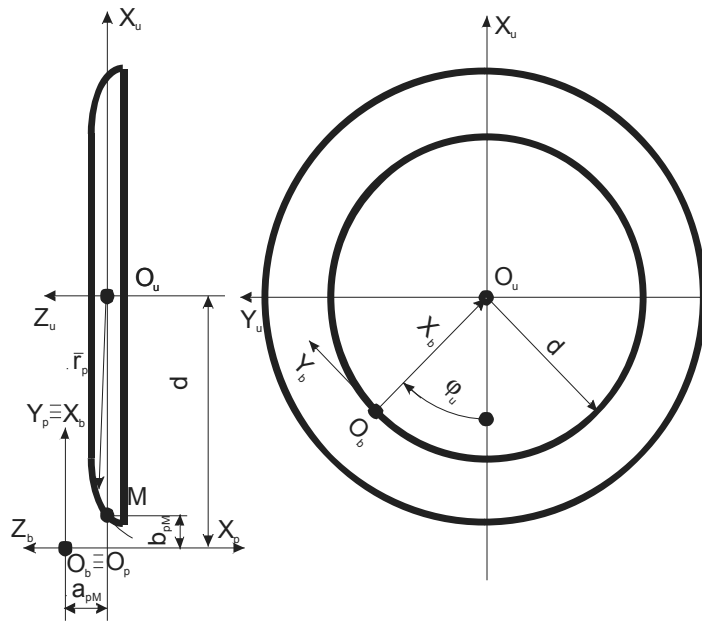


Рисунок 1 – Розташування систем координат при визначенні виробної поверхні шліфувального круга

Пов'яжемо зі шліфувальним кругом систему координат O_u , як це показано на рис.1. Система координат O_b є допоміжною, а в системі координат O_p задається ділянка арктангенсу. Початки цих систем координат співпадають. Радіус-вектор, що визначає довільну точку виробної поверхні в системі координат O_p записується так:

$$\bar{r}_p = \begin{bmatrix} a_p \\ c_8 \arctg(a_p) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де a_p – відстань, що вимірюється вздовж вісі X_p , від початку системи координат O_p до довільної точки.

В системі координат O_p розташування точки M вздовж вісі X_p задається величиною a_{pM} , а вздовж вісі Y_p задається величиною b_{pM} :

$$b_{pM} = c_8 \arctg(a_{pM}). \quad (6)$$

Радіус шліфувального круга в точці M дорівнює $d - b_{pM}$, де d – відстань від центру системи координат O_u до O_p , причому вимірюється вздовж вісі X_u (рис.2).

Міжосьова відстань A_u (рис.2) визначається так:

$$A_u = r_0 + d - b_{pM}. \quad (7)$$

Кут γ_u перехрещування осей черв'яка та інструмента (рис.2) обирається таким, що дорівнює куту підйому гвинтової лінії на циліндрі радіусу r_0 .

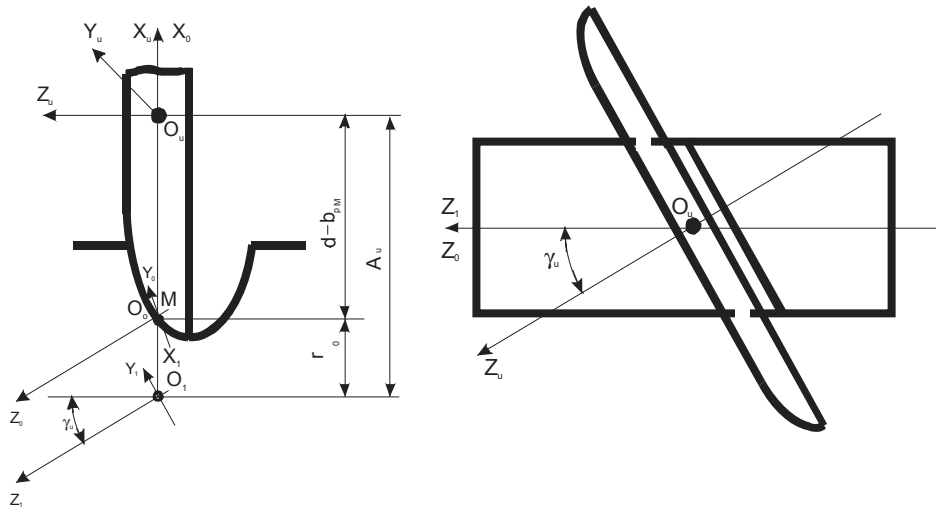


Рисунок 2 – Розташування шліфувального круга при обробці поверхні черв'яка

Тобто, виробна поверхня шліфувального круга буде утворена обертанням дугового профілю (6) навколо вісі шліфувального круга. Розташування шліфувального круга при обробці черв'яка визначається (6) та (7).

Радіус-вектор довільної точки виробної поверхні шліфувального круга записується так:

$$\bar{r}_u = M_{up} \bar{r}_p, \quad (8)$$

де \bar{r}_u – радіус-вектор точки профілю в системі координат O_u ;

M_{up} – матриця переходу від системи координат O_p до системи координат O_u .

На основі рис.1 матриця M_{up} визначається так:

$$M_{up} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \varphi_u & -\sin \varphi_u & -d \cos \varphi_u \\ 0 & -\sin \varphi_u & -\cos \varphi_u & d \sin \varphi_u \\ -1 & 0 & 0 & a_{pM} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де φ_u – кут повороту системи координат O_b відносно O_u (рис.1).

Таким чином, виробна поверхня шліфувального круга на основі (5), (8) та (9) визначається так:

$$\bar{r}_u = \begin{bmatrix} [c_8 \arctg(a_p) - d] \cos \varphi_u \\ [d - c_8 \arctg(a_p)] \sin \varphi_u \\ a_{pM} - a_p \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Скориставшись рівнянням (10) можна знайти рівняння поверхні витка черв'яка, обробленого таким інструментом:

$$\bar{r}_1 = M_{1u} \bar{r}_u, \quad (11)$$

де \bar{r}_1 – радіус-вектор точки профілю черв'яка в системі координат O_1 ;

M_{1u} – матриця переходу від системи координат O_u до системи координат O_1 .

На рис.2 система координат O_0 є нерухомою, а система координат O_1 прив'язана до черв'яка так, щоб вісь Z_1 співпадала з віссю черв'яка.

На основі рис.2 матриця M_{1u} визначається так:

$$M_{1u} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\cos \gamma_u \sin \varphi_1 & \sin \gamma_u \sin \varphi_1 & -p\varphi_1 \sin \gamma_u \sin \varphi_1 + A_u \cos \varphi_u \\ \sin \varphi_1 & \cos \gamma_u \cos \varphi_1 & -\sin \gamma_u \cos \varphi_1 & p\varphi_1 \sin \gamma_u \cos \varphi_1 + A_u \sin \varphi_u \\ 0 & \sin \gamma_u & \cos \gamma_u & -p\varphi_1 \cos \gamma_u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Таким чином, активна поверхня витка черв'яка на основі (10) – (12) є такою:

$$\bar{r}_1 = \begin{bmatrix} r_{ux} \cos \varphi_1 - r_{uy} \cos \gamma_u \sin \varphi_1 + r_{uz} \sin \gamma_u \sin \varphi_1 - p\varphi_1 \sin \gamma_u \sin \varphi_1 + A_u \cos \varphi_u \\ r_{ux} \sin \varphi_1 + r_{uy} \cos \gamma_u \cos \varphi_1 - r_{uz} \sin \gamma_u \cos \varphi_1 + p\varphi_1 \sin \gamma_u \cos \varphi_1 + A_u \sin \varphi_u \\ r_{uy} \sin \gamma_u + r_{uz} \cos \gamma_u - p\varphi_1 \cos \gamma_u \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де $r_{ux} = [c_8 \arctg(a_p) - d] \cos \varphi_u$;

$r_{uy} = [d - c_8 \arctg(a_p)] \sin \varphi_u$;

$r_{uz} = a_{pM} - a_p$.

Рівняння (13) описує одну сторону витка черв'яка. Рівняння іншої сторони витка черв'яка може бути отриманим в послідовності, що наведена вище для (13).

Згідно з другим способом Олів'є черв'ячна фреза для обробки черв'ячного колеса є копією черв'яка з сформованими на ньому ріжучими лезами.

Таким чином, в результаті проведених досліджень було встановлено, що:

1. Існує необхідність в розширенні межі досліджень за рахунок використання для синтезу нових черв'ячних передач ділянок інших, ніж відомі, функцій з різною кривиною для забезпечення можливості управління навантажувальною здатністю синтезованих черв'ячних передач;

2. Розширити межі досліджень можна поклавши в основу синтезу нових черв'ячних передач з угнутим профілем витка черв'яка ділянки тригонометричних, зворотних тригонометричних, гіперболічних та зворотних гіперболічних функцій;

3. Однією з таких нових передач є черв'ячна передача за основу синтезу якої обрано ділянку зворотної тригонометричної функції – котангенса.

Результати проведених досліджень можна використати для розробки інженерної методики проектування нової черв'ячної передачі, розглянутої в даній статті, а також для синтезу нових черв'ячних передач на основі ділянок запропонованих функцій.

Список літератури

1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
2. Расчеты на прочность в машиностроении / Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др.: В 3 т. – М.: Машгиз, 1958. – Т.2. – 974 с.
3. Литвин Ф.Л. Новые виды цилиндрических червячных передач. – М. - Л.: Машгиз, 1962. – 102 с.
4. Ворончихин М.А., Крапивина Г.И. К построению новых типов червячных передач с цилиндрическим червяком // Межвуз.сб.научн.тр. – Хабаровск: Хабар.политехн.ин-т. – 1979. – С.114-129.
5. Бронштейн И.Я, Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ. – М.: Наука, 1965. – 608 с.

Внесено предложение относительно синтеза червячных передач на основе участков тригонометрических, обратных тригонометрических, гиперболических и обратных гиперболических функций. Синтезировано червячную передачу на основе обратной тригонометрической функции арктангенс.

Suggestion in relation to the synthesis of worm-gears is borne on the basis of areas of trigonometric, reverse trigonometric, hyperbolical and reverse hyperbolical functions. The worm-gear is synthesized on the basis of reverse trigonometric function arktangens.